

Outils mathématiques

Les nombres réels

- $(5) \times (5) = \Box$
- $(-5) \times (-5) = \Box$
- $\Box \times \Box = -25$ Il n'existe pas de nombre qu'on peut multiplier par lui même et obtenir un résultat négatif, mais pourrait-on en *inventer* un?

Les nombres complexes

$$i = \sqrt{-1} \iff i^2 = -1$$

Même si $i \notin \mathbb{R}$, on peut quand même faire des opérations mathématiques assez intéressantes avec:

- On peut multiplier:

$$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$$
- On peut trouver des racines:

$$z^4 = 16 \Rightarrow z^2 = \pm 4 \Rightarrow z = \pm 2 \text{ ou } \pm 2i$$

$$z^8 = 256 \Rightarrow z^4 = \pm 16 \Rightarrow z = \pm 2 \text{ ou } \pm 2i \text{ ou } \pm 2i^3 \text{ ou } \pm 2i^5 \text{ ou } \pm 2i^7$$

Un peu de philosophie...

Si on peut soumettre ces nombres bizarres à toutes les règles d'algèbres qu'on connaît sans arriver à d'incohérence, est-ce que ça veut dire qu'ils *existent* autant que les nombres réels? Les nombres complexes ne sont-ils pas une *création* de la part des mathématiciens? Et les mathématiques ne sont-elles pas *découvertes*? D'une certaine manière, les nombres négatifs sont tout aussi bizarre. Après tout, on sait à quoi ça ressemble 5 voitures, mais -5 voitures? hmmm...

Plan complexe

Pour représenter un nombre complexe graphiquement: Par exemple: $z^8 = 256$:



Les points noirs: $z = a + ib$ sont des solutions de l'équation $z^n = w$. On remarque:

- ...

- ...
- ...

Exercices

- Graphiquement, quelles seraient les solutions de $z^3 = 8$?
- Comment pourraient-on calculer ces nombres algébriquement?
- Algébriquement, calculer les racines de $z^2 = 2i$ et vérifier vos réponses avec le graphique ci-dessous.



: Geogebra

Forme Polaire

Comme pour les vecteurs, les nombres complexes peuvent être exprimés en coordonnées cartésiennes ou polaires.



: Geogebra

Pour convertir d'une représentation à l'autre, on utilise Pythagore et un peu de trigonométrie:

$a + ib \rightarrow r \angle \theta$	$r \angle \theta \rightarrow a + ib$			
r	a	b	$a = r \cos \theta$	
$\tan \theta = \frac{b}{a}$	$b = r \sin \theta$			

Exercices

- Convertir $6 \angle \frac{\pi}{3}$ en coordonnées cartésiennes.
- Convertir $8 - 2i$ en coordonnées polaires.